

# **PERSATUAN AKTUARIS INDONESIA**



## **UJIAN PROFESI AKTUARIS**

MATA UJIAN : A50 – Metode Statistika  
TANGGAL : 22 November 2017  
JAM : 13.30 – 16.30 WIB

LAMA UJIAN : 180 Menit  
SIFAT UJIAN : Tutup Buku

**2017**

**PERSATUAN AKTUARIS INDONESIA**  
**Komisi Penguji**

**TATA TERTIB UJIAN**

1. Setiap Kandidat harus berada di ruang ujian selambat-lambatnya 15 (lima belas) menit sebelum ujian dimulai.
2. Kandidat yang datang 1 (satu) jam setelah berlangsungnya ujian dilarang memasuki ruang ujian dan mengikuti ujian.
3. Kandidat dilarang meninggalkan ruang ujian selama 1 (satu) jam pertama berlangsungnya ujian.
4. Setiap kandidat harus menempati bangku yang telah ditentukan oleh Komisi Penguji.
5. Buku-buku, diktat, dan segala jenis catatan harus diletakkan di tempat yang sudah ditentukan oleh Pengawas, kecuali alat tulis yang diperlukan untuk mengerjakan ujian dan kalkulator.
6. Setiap kandidat hanya berhak memperoleh satu set bahan ujian. Kerusakan lembar jawaban oleh kandidat, tidak akan diganti. Dalam memberikan jawaban, lembar jawaban harus dijaga agar tidak kotor karena coretan. Lembar jawaban pilihan ganda tidak boleh diberi komentar selain pilihan jawaban yang benar.
7. Kandidat dilarang berbicara dengan/atau melihat pekerjaan kandidat lain atau berkomunikasi langsung ataupun tidak langsung dengan kandidat lainnya selama ujian berlangsung.
8. Kandidat dilarang menanyakan makna pertanyaan kepada Pengawas ujian.
9. Kandidat yang terpaksa harus meninggalkan ruang ujian untuk keperluan mendesak (misalnya ke toilet) harus meminta izin kepada Pengawas ujian dan setiap kali izin keluar diberikan hanya untuk 1 (satu) orang. Setiap peserta yang keluar tanpa izin dari pengawas maka lembar jawaban akan diambil oleh pengawas dan dianggap telah selesai mengerjakan ujian.
10. Alat komunikasi harus dimatikan selama ujian berlangsung.
11. Pengawas akan mencatat semua jenis pelanggaran atas tata tertib ujian yang akan menjadi pertimbangan diskualifikasi. **Komisi Ujian dan Kurikulum mempunyai hak untuk melarang Kandidat yang didiskualifikasi untuk mengikuti ujian di periode berikutnya.**
12. Kandidat yang telah selesai mengerjakan soal ujian, harus menyerahkan lembar jawaban langsung kepada Pengawas ujian dan tidak meninggalkan lembar jawaban tersebut di meja ujian.
13. Kandidat yang telah menyerahkan lembar jawaban harus meninggalkan ruang ujian.
14. Kandidat dapat mengajukan keberatan terhadap soal ujian yang dinilai tidak benar dengan penjelasan yang memadai kepada komisi penguji selambat-lambatnya 10 (sepuluh) hari setelah akhir periode ujian.

**PERSATUAN AKTUARIS INDONESIA**  
**Komisi Penguji**

**PETUNJUK MENGERJAKAN SOAL**

**Ujian Pilihan Ganda**

1. Setiap soal akan mempunyai 4 (empat) atau 5 (lima) pilihan jawaban di mana hanya 1 (satu) jawaban yang benar.
2. Setiap soal mempunyai bobot nilai yang sama dengan tidak ada pengurangan nilai untuk jawaban yang salah.
3. Saudara diminta untuk membaca dan mengikuti petunjuk pengisian yang ada di lembar jawaban.
4. Jangan lupa **menuliskan nomor peserta, kode dan tanggal ujian pada** tempat yang disediakan dan **tanda tangani lembar jawaban tersebut tanpa menuliskan nama Saudara.**

**Ujian Soal Esay**

1. Setiap soal dapat mempunyai lebih dari 1 (satu) pertanyaan, Setiap soal mempunyai bobot yang sama kecuali terdapat keterangan pada soal.
2. Tuliskan jawaban Saudara pada Buku Jawaban Soal dengan jelas, rapi dan terstruktur sehingga akan mempermudah pemeriksaan hasil ujian.
3. Saudara bisa mulai dengan soal yang anda anggap mudah dan tuliskan nomor jawaban soal dengan soal dengan jelas.
4. Jangan lupa **menuliskan nomor ujian Saudara** pada tempat yang disediakan dan **tanda tangani Buku Ujian tanpa menuliskan nama Saudara.**

**KETENTUAN DAN PROSEDUR KEBERATAN SOAL UJIAN PAI**

1. **Peserta dapat memberikan sanggahan soal, jawaban atau keluhan kepada Komisi Ujian dan Kurikulum selambat-lambatnya 10 hari setelah akhir periode ujian.**
2. Semua pengajuan keberatan soal dialamatkan ke **sanggahan.soal@aktuaris.or.id**.
3. Pengajuan keberatan soal setelah tanggal tersebut (Poin No 1) tidak akan diterima dan ditanggapi.

1. Diketahui fungsi *survival* dari seseorang berumur 40 tahun adalah sebagai berikut:

$$S_{40}(t) = \begin{cases} 1 - (0,02t)^2, & \text{untuk } 0 \leq t < 25 \\ 0,75e^{-0,1(t-25)}, & \text{untuk } t \geq 25 \end{cases}$$

Hitunglah  $\mu_{70}$

- A. 0,10                      B. 0,15                      C. 0,20                      D. 0,25                      E. 0,30

2. Dalam sebuah populasi tertentu, suatu *hazard function* didefinisikan sebagai berikut:

$$\mu(t) = \begin{cases} 0,010, & 60 < t \leq 70 \\ 0,015, & 70 < t \leq 80 \\ 0,025, & t > 80 \end{cases}$$

Untuk seseorang dari populasi ini yang tepat berumur 65 tahun, hitunglah probabilitas bahwa orang tersebut akan tetap hidup paling sedikit 5 tahun lagi (dibulatkan 2 desimal).

- A. 0,97                      B. 0,96                      C. 0,95                      D. 0,94                      E. 0,93

3. Diketahui:

i.  $S_0(t) = \left(1 - \frac{t}{\omega}\right)^{\frac{1}{4}}, \text{ untuk } 0 \leq t \leq \omega$

ii.  $\mu_{65} = \frac{1}{180}$

Hitunglah  $e_{106}$ , yaitu ekspektasi hidup pada umur 106.

- A. 2,48                      B. 2,59                      C. 2,70                      D. 2,81                      E. 2,92

4. Untuk suatu tabel *double decrement*, diketahui:

- $q'_x{}^{(1)} = 0,2$
- $q'_x{}^{(2)} = 0,3$
- Setiap *decrement* terdistribusi secara *uniform* dalam masing-masing tabel *single decrement* yang diasosiasikan.

Hitunglah  $q_x^{(1)}$  (dibulatkan 3 desimal).

- A. 0,089      B. 0,126      C. 0,144      D. 0,167      E. 0,192

5. Diketahui tabel mortalita dengan periode seleksi 2 tahun sebagai berikut:

$x$	$q_{[x]}$	$q_{[x]+1}$	$q_{x+2}$	$x + 2$
50	0,0060	0,0053	0,0070	52
51	0,0070	0,0063	0,0080	53
52	0,0080	0,0073	0,0090	54
53	0,0090	0,0083	0,0100	55

Jika *force of mortality* adalah konstan, hitunglah  $1.000 {}_{2,5}q_{[50]+0,4}$  (dibulatkan 2 desimal).

- A. 11,17      B. 12,96      C. 14,35      D. 15,13      E. 16,42

6. Pada sebuah studi *double decrement* yang dilakukan pada tahun kalender 2007, diperoleh data sebagai berikut:

Orang ke-	Tanggal Lahir	Tanggal Kematian	Tanggal <i>Withdrawal</i>
1	1 Juli 1912	-	-
2	1 April 1912	1 Desember 2007	-
3	1 Oktober 1911	-	?
4	1 Januari 1912	-	-
5	1 Juni 1912	1 November 2007	-

Diketahui pula  $\hat{q}_{95}^{(kematian)} = 0,46825$  dengan menggunakan metode *exact exposure*.  
 Pada tanggal berapa orang ke-3 keluar (*withdrawal*) dari pengamatan pada studi tersebut?

- 1 April 2007
- 1 Mei 2007
- 1 Juni 2007
- 1 Juli 2007
- 1 Agustus 2007

7. Jika diketahui *force of mortality* adalah  $\mu_x^{(d)} = \frac{4}{5(100-x)}$  dan *force of withdrawal* adalah  $\mu_x^{(w)} = \frac{11}{5(100-x)}$ , hitunglah *conditional density function* untuk kematian seseorang pada umur  $70 + t$ , jika orang tersebut hidup pada umur 70.

A.  $\frac{30-t}{600}$       B.  $\frac{70-t}{1125}$       C.  $\frac{(30-t)^2}{1125}$       D.  $\frac{(70-t)^2}{33750}$       E.  $\frac{(30-t)^2}{33750}$

8. Atas pengamatan pada 100 polis dalam studi pembatalan polis, diperoleh informasi sebagai berikut:
- I. Studi dibuat sedemikian sehingga untuk setiap satu pembatalan polis, ditambahkan satu polis baru (artinya  $r_j$  selalu bernilai 100).
  - II. Pembatalan polis terjadi di akhir tahun dengan pengamatan sebagai berikut:
    - 1 polis batal di akhir tahun polis ke-1
    - 2 polis batal di akhir tahun polis ke-2
    - 3 polis batal di akhir tahun polis ke-3
    - ..
    - ..
    - $n$  polis batal di akhir tahun polis ke- $n$
  - III. Estimasi empiris Nelson-Aalen untuk fungsi distribusi kumulatif pada tahun ke- $n$  adalah  $\hat{F}(n) = 0,698806$ .

Hitunglah nilai  $n$ .

- A. 12      B. 13      C. 14      D. 15      E. 16

9. Hasil dari suatu studi dalam periode pengamatan tahun kalender 1983 adalah sebagai berikut:

Individu	Tanggal Lahir	Tanggal Kematian
A	1 April 1922	1 Juni 1983
B	1 Juli 1922	-
C	1 Oktober 1922	1 Maret 1983
D	1 Januari 1923	-
E	1 April 1923	-
F	1 Juli 1923	1 Oktober 1983
G	X	-

- (i). Pada tanggal 1 Januari 1983 semua individu ada dalam studi ini.
- (ii). Tidak ada yang keluar dari studi ini selama periode pengamatan selain karena kematian.
- (iii). Dengan menggunakan pendekatan *actuarial exposure*, diperoleh  $\hat{q}_{60} = 4/9$ .

Tentukan nilai  $\hat{q}_{60}$  jika dihitung dengan pendekatan *exact exposure* (asumsi *force of mortality* adalah konstan).

- A. 0,315      B. 0,468      C. 0,559      D. 0,631      E. 0,689

10. Untuk sebuah model *double decrement*:

i.  ${}_t p'_{40}^{(1)} = 1 - \frac{t}{65}, 0 \leq t \leq 65$

ii.  ${}_t p'_{40}^{(2)} = 1 - \frac{t}{30}, 0 \leq t \leq 30$

Hitunglah  $\mu_{40+15}^{(\tau)}$  (dibulatkan 3 desimal).

- A. 0,058                      B. 0,067                      C. 0,075                      D. 0,080                      E. 0,087

11. Pada sebuah model *double decrement*, diperoleh informasi sebagai berikut:

$$l_x^{(T)} = 100$$

$$l_{x+3}^{(T)} = 50$$

$${}_3 q_x^{(1)} = 0,07$$

$${}_2 | q_x^{(2)} = 0,08$$

Hitunglah  ${}_2 q_x^{(2)}$

- A. 0,15                      B. 0,20                      C. 0,25                      D. 0,30                      E. 0,35

12. Diketahui tiga hasil pengamatan sebagai berikut:

0,68    0,80    0,96

Anda mencocokkan sebuah distribusi dengan fungsi kepadatan (*density function*) berikut ini terhadap data:

$$f(x) = (p + 1)x^p, \quad 0 < x < 1, p > -1$$

Hitunglah estimasi *maximum likelihood* atas  $p$  (dibulatkan 2 desimal).

- A. 2,23                      B. 2,95                      C. 3,62                      D. 4,32                      E. 6,81

13. Diketahui:

- Studi mortalita dilakukan atas sejumlah  $n$  orang.
- Tidak ada data yang disensor dan tidak ada dua kejadian meninggal pada periode yang sama
- $t_k$  = Saat kejadian meninggal ke- $k$
- Estimasi Nelson-Aalen dari fungsi *hazard rate* kumulatif pada  $t_2$  adalah  $\hat{\Lambda}(t_2) = 55/756$

Hitunglah estimasi *product limit* Kaplan-Meier dari fungsi *survival* pada  $t_{10}$ .

- A. 0,52                      B. 0,55                      C. 0,64                      D. 0,69                      E. 0,78

14. Sebuah studi mortalita dilakukan atas pengamatan terhadap 50 peserta dimulai dari waktu 0.

Diketahui:

Waktu $t$	Jumlah Kematian $d_t$	Jumlah yang disensor $c_t$
15	3	0
17	0	4
25	3	0
30	0	$c_{30}$
32	8	0
40	2	0

$\hat{S}(35)$  adalah estimasi Product Limit dari  $S(35)$ .

$\hat{V}[\hat{S}(35)]$  adalah estimasi variansi dari  $\hat{S}(35)$  menggunakan formula Greenwood.

$$\frac{\hat{V}[\hat{S}(35)]}{[\hat{S}(35)]^2} = 0,012718$$

Hitunglah  $c_{30}$ , jumlah yang disensor pada waktu  $t = 30$ .

- A. 6                      B. 7                      C. 8                      D. 9                      E. 10

15. Diketahui model deret waktu sebagai berikut:

$$y_t = 0,9y_{t-1} + 1 + \varepsilon_t - 0,6\varepsilon_{t-1}$$

Juga diberikan:

$$y_T = 7,0$$

$$\hat{\varepsilon}_T = 0,5$$

Dengan mengasumsikan *error* di periode yang akan datang adalah nol, hitunglah perkiraan 2 periode, yaitu  $\hat{y}_T(2)$

- A. 5,64                      B. 6,12                      C. 7,30                      D. 8,20                      E. 9,15



16. Anda mencocokkan model *moving average* order pertama yang *invertible* ke dalam Deret Waktu. Koefisien *autocorellation* dari sample lag 1 adalah  $-0,40$ . Hitunglah tebakan awal untuk  $\theta$  (yaitu parameter *moving average*).

A. 0,4                      B. 0,5                      C. 0,6                      D. 0,7                      E. 0,8

17. Model berikut ini digunakan untuk mengestimasi 30 pengamatan:

Model I :  $Y = \beta_1 + \beta_2 X_2 + \varepsilon$

Model II:  $Y = \beta_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + \beta_4 X_4 + \varepsilon$

Dan diketahui data sebagai berikut:

(i)  $\sum(Y - \bar{Y})^2 = 160$

(ii)  $\sum(X_2 - \bar{X}_2)^2 = 11$

(iii) Untuk model I,  $\hat{\beta}_2 = -2$

(iv) Untuk model II,  $R^2 = 0,60$

Hitunglah nilai F statistik yang digunakan untuk menguji bahwa  $\beta_3$  dan  $\beta_4$  adalah sama dengan 0.

A. 10,56                      B. 19,50                      C. 22,80                      D. 26,30                      E. 33,62

18. Pada suatu model *autoregressive ARMA*(1,1) diketahui informasi sebagai berikut:

$$\phi_1 = 0,3$$

$$\theta_1 = 0,5$$

Berapakah nilai  $\rho_2$  (dibulatkan 3 desimal)?

A. -0,029                      B. -0,038                      C. -0,046                      D. -0,054                      E. -0,061

19. Diketahui suatu proses *autoregressive-moving average ARMA*(1,1) sebagai berikut:

$$y_t = 0,7y_{t-1} + 3 + \varepsilon_t - 0,3\varepsilon_{t-1}$$

Berapakah nilai  $\rho_1$  (dibulatkan 2 desimal)?

A. 0,47                      B. 0,55                      C. 0,62                      D. 0,70                      E. 0,78

20. Diketahui informasi sebagai berikut:

$$(i). y_i = \beta x_i + \varepsilon_i$$

$$Var(\varepsilon_i) = \left(\frac{x_i}{2}\right)^2$$

(ii).

$i$	$x_i$	$y_i$
1	1	9
2	2	3
3	3	4
4	4	-3

Tentukan nilai estimasi *weighted least square* dari  $\beta$ , yaitu  $\hat{\beta}$  (dibulatkan 2 desimal).

- A. 2,62                      B. 2,69                      C. 2,77                      D. 2,85                      E. 2,93

21. Sebuah regresi 2 variabel dicocokkan ke dalam 5 observasi sebagai berikut:

$i$	1	2	3	4
$X_i$	7	12	15	21
$\hat{\varepsilon}_i$	1,017	0,409	-0,557	-2,487

Berapakah nilai  $X_5$  ?

- A. 26                      B. 27                      C. 28                      D. 29                      E. 30

22. Anda mencocokkan model berikut dalam empat pengamatan:

$$Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i} + \varepsilon_i, \quad i = 1, 2, 3, 4$$

Diberikan data sebagai berikut:

$i$	$X_{2i}$	$X_{3i}$
1	-4	-3
2	-3	4
3	3	-4
4	4	3

Estimasi *least square* dari  $\beta_3$  dinyatakan sebagai  $\hat{\beta}_3 = \sum_{i=1}^4 w_i Y_i$ .

Tentukan nilai dari  $(w_1; w_2; w_3; w_4)$

- A.  $(-0,08; -0,06; 0,06; 0,08)$   
 B.  $(-0,06; 0,08; -0,08; 0,06)$   
 C.  $(0,06; -0,08; 0,08; -0,06)$   
 D.  $(-0,05; 0,10; -0,10; 0,05)$   
 E.  $(0,05; -0,10; 0,10; -0,05)$

23. Sebuah regresi linier digunakan untuk mengestimasi 10 titik  $(X_i, Y_i)$ . Estimasi  $\alpha$  adalah  $\hat{\alpha}$  dan estimasi  $\beta$  adalah  $\hat{\beta}$ .

Diketahui pula:

- I.  $\sum (\hat{\alpha} + \hat{\beta} X_i - \bar{Y})^2 = 49$
- II. Variansi sampel (*sample variance*) dari  $Y$  adalah 8.

Hitunglah  $\sum (\hat{\alpha} + \hat{\beta} X_i - Y_i)^2$ .

- A. 23                      B. 26                      C. 28                      D. 30                      E. 32

24. Sebuah model regresi linier  $Y = \alpha + \beta X + \varepsilon$  digunakan untuk mengestimasi 8 data pengamatan.

Diketahui:

- i.  $\hat{\beta} = 2,075$
- ii.  $\sum (X_i - \bar{X})^2 = 38$
- iii.  $\sum (Y_i - \bar{Y})^2 = 185$

Hitunglah  $R^2$  (dibulatkan 3 desimal).

- A. 0,584                      B. 0,684                      C. 0,784                      D. 0,884                      E. 0,984

25. Sebuah model regresi linier yang digunakan untuk mengestimasi 6 data pengamatan menghasilkan nilai  $\bar{R}^2 = 0,685$ .

Jika model yang sama digunakan untuk mencocokkan 10 data pengamatan yang serupa, berapakah nilai ekspektasi dari  $R^2$ ?

- A. 0,68                      B. 0,70                      C. 0,72                      D. 0,74                      E. 0,76

26. Sebuah regresi dua variabel digunakan untuk mengestimasi 100 titik data.

Diketahui:

- i.  $\bar{X} = 140$
- ii.  $\sum X_i^2 = 5.256.000$
- iii.  $ESS$  (*error sum of squares*) = 540.000

Hitunglah  $Cov[\hat{\alpha}, \hat{\beta}]$  (dibulatkan 2 desimal).

- A. -0,18                      B. -0,23                      C. -0,29                      D. -0,36                      E. -0,44

27. Sebuah regresi linier digunakan untuk mencocokkan suatu deret waktu dengan 30 pengamatan. Diketahui:

$$\hat{\varepsilon}_1 = -8$$

$$\hat{\varepsilon}_{30} = 10$$

$$\sum_{t=1}^{t=30} \hat{\varepsilon}_t^2 = 3200$$

$$\sum_{t=2}^{t=30} (\hat{\varepsilon}_t \times \hat{\varepsilon}_{t-1}) = 760$$

Hitunglah statistik Durbin-Watson (dibulatkan 2 desimal).

- A. 1,27                      B. 1,37                      C. 1,47                      D. 1,57                      E. 1,67

28. Anda melakukan analisis regresi sederhana dan telah menentukan bahwa nilai statistik uji Durbin-Watson adalah 0,7.

Hitunglah nilai aproksimasi dari koefisien autokorelasi sampel (*sample autocorrelation coefficient*) untuk mengukur hubungan antara *residual* yang berurutan.

- A. 0,65                      B. 0,60                      C. 0,55                      D. 0,50                      E. 0,40

29. Anda mengestimasi model regresi linear sederhana berdasarkan pengamatan atas 8 data harian berikut ini:

Hari	$Y$	$X$
1	11	2
2	20	2
3	30	3
4	39	3
5	51	4
6	59	4
7	70	5
8	80	5

Dengan menggunakan metode *least square*, Anda menentukan estimasi regresi linier sebagai  $\hat{Y} = -25 + 20 X$ .

Hitunglah nilai dari statistik Durbin Watson (dibulatkan 2 desimal).

- A. 2,60                      B. 2,82                      C. 3,04                      D. 3,26                      E. 3,48

30. Anda mengestimasi model regresi linear  $Y_i = \beta X_i + \varepsilon_i$  berdasarkan data berikut ini:

$Y$	3	9	14
$X$	1	4	10

Hitunglah estimasi *heteroscedasticity-consistent* dari  $Var[\hat{\beta}]$  (dibulatkan 4 desimal).

- A. 0,0129                      B. 0,0139                      C. 0,0149                      D. 0,0159                      E. 0,0169

\*\*\*\*\*