

# **PERSATUAN AKTUARIS INDONESIA**



## **UJIAN PROFESI AKTUARIS**

MATA UJIAN : A50 – Metode Statistika  
TANGGAL : 22 Juni 2016  
JAM : 12.30 – 15.30 WIB

LAMA UJIAN : 180 Menit  
SIFAT UJIAN : Tutup Buku

## **2016**

**PERSATUAN AKTUARIS INDONESIA**  
**Komisi Penguji**

**TATA TERTIB UJIAN**

1. Setiap Kandidat harus berada di ruang ujian selambat-lambatnya 15 (lima belas) menit sebelum ujian dimulai.
2. Kandidat yang datang 1 (satu) jam setelah berlangsungnya ujian dilarang memasuki ruang ujian dan mengikuti ujian.
3. Kandidat dilarang meninggalkan ruang ujian selama 1 (satu) jam pertama berlangsungnya ujian.
4. Setiap kandidat harus menempati bangku yang telah ditentukan oleh Komisi Penguji.
5. Buku-buku, diktat, dan segala jenis catatan harus diletakkan di tempat yang sudah ditentukan oleh Pengawas, kecuali alat tulis yang diperlukan untuk mengerjakan ujian dan kalkulator.
6. Setiap kandidat hanya berhak memperoleh satu set bahan ujian. Kerusakan lembar jawaban oleh kandidat, tidak akan diganti. Dalam memberikan jawaban, lembar jawaban harus dijaga agar tidak kotor karena coretan. Lembar jawaban pilihan ganda tidak boleh diberi komentar selain pilihan jawaban yang benar.
7. Kandidat dilarang berbicara dengan/atau melihat pekerjaan kandidat lain atau berkomunikasi langsung ataupun tidak langsung dengan kandidat lainnya selama ujian berlangsung.
8. Kandidat dilarang menanyakan makna pertanyaan kepada Pengawas ujian.
9. Kandidat yang terpaksa harus meninggalkan ruang ujian untuk keperluan mendesak (misalnya ke toilet) harus meminta izin kepada Pengawas ujian dan setiap kali izin keluar diberikan hanya untuk 1 (satu) orang. Setiap peserta yang keluar tanpa izin dari pengawas maka lembar jawaban akan diambil oleh pengawas dan dianggap telah selesai mengerjakan ujian.
10. Alat komunikasi harus dimatikan selama ujian berlangsung.
11. Pengawas akan mencatat semua jenis pelanggaran atas tata tertib ujian yang akan menjadi pertimbangan diskualifikasi.
12. Kandidat yang telah selesai mengerjakan soal ujian, harus menyerahkan lembar jawaban langsung kepada Pengawas ujian dan tidak meninggalkan lembar jawaban tersebut di meja ujian.
13. Kandidat yang telah menyerahkan lembar jawaban harus meninggalkan ruang ujian.
14. Kandidat dapat mengajukan keberatan terhadap soal ujian yang dinilai tidak benar dengan penjelasan yang memadai kepada komisi penguji selambat-lambatnya 10 (sepuluh) hari setelah akhir periode ujian.

**PERSATUAN AKTUARIS INDONESIA**  
**Komisi Penguji**

**PETUNJUK MENGERJAKAN SOAL**

**Ujian Pilihan Ganda**

1. Setiap soal akan mempunyai 4 (empat) atau 5 (lima) pilihan jawaban di mana hanya 1 (satu) jawaban yang benar.
2. Setiap soal mempunyai bobot nilai yang sama dengan tidak ada pengurangan nilai untuk jawaban yang salah.
3. Berilah tanda silang pada jawaban yang Saudara anggap benar di lembar jawaban. Jika Saudara telah menentukan jawaban dan kemudian ingin merubahnya dengan yang lain, maka coretlah jawaban yang salah dan silang jawaban yang benar.
4. Jangan lupa **menuliskan nomor ujian Saudara pada** tempat yang sediakan dan **tanda tangani lembar jawaban tersebut tanpa menuliskan nama Saudara.**

**Ujian Soal Esay**

1. Setiap soal dapat mempunyai lebih dari 1 (satu) pertanyaan, Setiap soal mempunyai bobot yang sama kecuali terdapat keterangan pada soal.
2. Tuliskan jawaban Saudara pada Buku Jawaban Soal dengan jelas, rapi dan terstruktur sehingga akan mempermudah pemeriksaan hasil ujian.
3. Saudara bisa mulai dengan soal yang anda anggap mudah dan tuliskan nomor jawaban soal dengan soal dengan jelas.
4. Jangan lupa **menuliskan nomor ujian Saudara** pada tempat yang disediakan dan **tanda tangani Buku Ujian tanpa menuliskan nama Saudara.**

**KETENTUAN DAN PROSEDUR KEBERATAN SOAL UJIAN PAI**

1. **Peserta dapat memberikan sanggahan soal, jawaban atau keluhan kepada Komisi Ujian dan Kurikulum selambat-lambatnya 10 hari setelah akhir periode ujian.**
2. Semua pengajuan keberatan soal dialamatkan ke **sanggahan.soal@aktuaris.or.id**
3. Pengajuan keberatan soal setelah tanggal tersebut (Poin No 1) tidak akan diterima dan ditanggapi.

1. Diketahui informasi sebagai berikut:

- Probabilitas dari  $(x)$  hidup selama 15 tahun adalah 0,60
- Probabilitas dari  $(x)$  hidup selama 20 tahun adalah 0,40

Untuk seseorang yang hidup mencapai usia  $x + 15$ , hitunglah probabilitas bahwa orang tersebut akan meninggal 5 tahun berikutnya.

- A.  $1/4$                       B.  $1/3$                       C.  $1/2$                       D.  $2/3$                       E.  $3/4$

2. Jika diketahui *force of mortality* adalah  $\mu_x^{(d)} = \frac{3}{4(100-x)}$  dan *force of withdrawal* adalah  $\mu_x^{(w)} = \frac{5}{4(100-x)}$ , hitunglah *conditional density function* untuk kematian seseorang pada umur  $70 + t$ , jika orang tersebut hidup pada umur 70.

- A.  $\frac{30-t}{600}$                       B.  $\frac{30-t}{1200}$                       C.  $\frac{70-t}{600}$                       D.  $\frac{70-t}{1200}$                       E.  $\frac{30-t}{600+t}$

3. Atas studi mortalita dari dua propinsi, diperoleh data sebagai berikut:

$t_i$	Propinsi A		Propinsi B	
	$d_j$	$r_j$	$d_j$	$r_j$
1	30	300	22	200
2	20	270	16	178
3	17	250	20	162
4	23	233	15	142

- $r_j$  adalah banyaknya risiko dalam periode  $(t_{i-1}, t_i)$
- $d_j$  adalah banyaknya kematian dalam periode  $(t_{i-1}, t_i)$ , yang diasumsikan terjadi pada  $t_i$ .
- $S^T(t)$  adalah estimasi *Product Limit* dari  $S(t)$  berdasarkan total semua data pengamatan.
- $S^B(t)$  adalah estimasi *Product Limit* dari  $S(t)$  berdasarkan data pengamatan Propinsi B.

Hitunglah  $|S^T(4) - S^B(4)|$  (dibulatkan dua desimal).

- A. 0,01                      B. 0,02                      C. 0,03                      D. 0,04                      E. 0,05

4. Anda mencocokkan model berikut ini dalam 40 pengamatan:

$$Y = \beta_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + \beta_4 X_4 + \varepsilon$$

Diketahui data sebagai berikut:

Sumber Variasi (Source of Variation)	Tingkat Kebebasan (Degree of Freedom)	Jumlah Kuadrat (Sum of Squares)
Regresi (Regression)	3	108.761
Residual (Error)	44	62.146

Hitunglah nilai  $\bar{R}^2$ , yaitu  $R^2$  yang dikoreksi.

- A. 0,392                      B. 0,488                      C. 0,572                      D. 0,596                      E. 0,606
5. Misalkan  $X$  adalah variabel acak untuk umur pada saat kematian dengan

$$\mu_x = \frac{1}{3(100-x)}, \text{ untuk } 0 \leq x \leq 100$$

Hitunglah  $e_{19}^o$ , yaitu rata-rata pengharapan hidup untuk seseorang yang berusia 19.

- A. 42,67                      B. 58,89                      C. 60,75                      D. 67,67                      E. 71,75
6. Dalam table mortalita *select* dan *ultimate* 2 tahun, Anda diberikan informasi sebagai berikut:

$$q_{[x]+1} = 0,92 q_{x+1}$$

$$l_{58} = 85.681$$

$$l_{59} = 83.546$$

Hitunglah  $l_{[57]+1}$  (dibulatkan)

- A. 80.436                      B. 80.952                      C. 81.772                      D. 82.315                      E. 85.506
7. Jika diketahui

- $e_0^o = 40$ ,
- $S(x) = 1 - \frac{x}{\omega}$ , untuk  $0 \leq x \leq \omega$

Hitunglah  $e_{20}^o$

- A. 30                      B. 36                      C. 40                      D. 42                      E. 50

8. Informasi di bawah ini adalah tentang model ARIMA:

$$\begin{aligned} \text{mean} &= 0 \\ \psi_1 &= 1,58 \\ \psi_2 &= -1,22 \\ \psi_3 &= 0,348 \\ \psi_4 &= -0,032 \\ \sigma^2 &= 7 \end{aligned}$$

Hitunglah deviasi standar atas kesalahan perkiraan tiga langkah ke depan (*forecast error three steps ahead*).

- A. 3,29                      B. 4,25                      C. 4,86                      D. 5,91                      E. 6,62

9. Dalam sebuah model *triple-decrement* untuk seseorang yang sekarang berumur  $x$ , diketahui *constant force of decrement* sebagai berikut:

- $\mu_{x+t}^{(1)} = b$ , untuk  $t \geq 0$
- $\mu_{x+t}^{(2)} = b$ , untuk  $t \geq 0$
- $\mu_{x+t}^{(3)} = 2b$ , untuk  $t \geq 0$

Probabilitas orang tersebut akan keluar dari kelompok dalam 4 tahun karena decrement (1) adalah 0,0155.

Hitunglah berapa lama seseorang yang sekarang berumur  $x$  diharapkan tetap berada dalam table *triple decrement* (yaitu  $E[T]$ ) ?

- A. 83,33                      B. 79,65                      C. 72,77                      D. 68,15                      E. 62,50

10. Informasi di bawah ini diperoleh dari pengamatan sampel atas enam individu untuk mengestimasi  $q_x$ :

- Semua individu yang masuk pengamatan berumur  $x + r, 0 \leq r < 0.5$
- Satu individu melakukan *withdrawal* pada umur  $x + 0,6$
- Dua individu melakukan *withdrawal* pada umur  $x + 0,75$
- Satu individu meninggal pada umur  $x + 0,7$
- Dua individu tetap hidup mencapai umur  $x + 1$

Dengan menggunakan metode *actuarial estimate* diperoleh  $\hat{q}_x = 10/33$ .  
Hitunglah  $r$ .

- A. 0,10                      B. 0,25                      C. 0,30                      D. 0,40                      E. 0,45

11. Diketahui tiga hasil pengamatan sebagai berikut:

0,70    0,82    0,92

Anda mencocokkan sebuah distribusi dengan fungsi kepadatan (*density function*) berikut ini terhadap data:

$$f(x) = (p + 1)x^p, \quad 0 < x < 1, p > -1$$

Hitunglah estimasi *maximum likelihood* atas  $p$  (dibulatkan 2 desimal).

- A. 2,12                      B. 2,67                      C. 3,70                      D. 4,32                      E. 6,81

12. Atas pengamatan pada 120 polis dalam studi pembatalan polis, diperoleh data sebagai berikut:
- I. Studi dibuat sedemikian sehingga untuk setiap satu pembatalan polis, ditambahkan satu polis baru (artinya  $r_j$  selalu bernilai 120).
  - II. Pembatalan polis terjadi di akhir tahun dengan pengamatan sebagai berikut:
    - 1 polis batal di akhir tahun polis ke-1
    - 2 polis batal di akhir tahun polis ke-2
    - 3 polis batal di akhir tahun polis ke-3
    - ..
    - ..
    - $n$  polis batal di akhir tahun polis ke- $n$
  - III. Estimasi Nelson Aalen untuk fungsi distribusi kumulatif pada tahun ke- $n$  adalah  $F_n = 0.8262261$ .

Hitunglah nilai  $n$ .

- A. 15                      B. 20                      C. 30                      D. 45                      E. 65

13. Untuk sebuah tabel *multiple decrement*, diketahui informasi sebagai berikut:
- i. *Decrement* (1) adalah kematian, *decrement* (2) adalah cacat, *decrement* (3) adalah *withdrawal*.
  - ii.  $q'_{65}^{(1)} = 0,020$
  - iii.  $q'_{65}^{(2)} = 0,035$
  - iv.  $q'_{65}^{(3)} = 0,120$
  - v. *Withdrawal* hanya terjadi pada akhir tahun.
  - vi. Mortalita dan cacat terdistribusi secara *uniform* pada umur setiap tahun berdasarkan table *decrement* tunggal.

Hitunglah  $q_{65}^{(3)}$

- A. 0,0941                      B. 0,1087                      C. 0,1135                      D. 0,1384                      E. 0,1566

14. Diketahui:

$$F(X) = 1 - \left(1 - \frac{x}{120}\right)^{1/6} \quad \text{untuk } 0 \leq x \leq 120,$$

hitunglah  $E[T]$  untuk  $x = 30$ , yaitu  $e_{30}^o$

- A. 66,73                      B. 68,92                      C. 70,17                      D. 74,63                      E. 77,14



15. Berdasarkan soal pada nomor 14, hitunglah  $Var[T]$  untuk  $x = 30$ .

- A. 457,77      B. 465,88      C. 469,32      D. 476,11      E. 489,67

16. Diketahui studi mortalita sebagai berikut:

- I. 1.000 orang masuk dalam pengamatan tepat pada umur 80
- II. 40 orang meninggal dunia pada umur 80,30
- III. 100 orang baru masuk dalam pengamatan pada umur 80,60
- IV. 20 orang meninggal dunia pada umur 80,80

Jika estimasi  $q_{80}$  dihitung dengan metode *exact exposure* (asumsi *force of mortality* adalah konstan) dan *actuarial exposure*, berapakah selisih absolut dari kedua estimasi tersebut?

- A. 0,000095      B. 0,000107      C. 0,000178      D. 0,000221      E. 0,000674

17. Suatu studi dilakukan untuk meneliti data Indeks Prestasi Kumulatif (IPK) mahasiswa sebagai fungsi linear penghasilan orangtua. Diketahui data sebagai berikut:

IPK (Y)	Penghasilan Orangtua (X)
4,00	21
3,00	15
3,50	15
2,00	9

Hitunglah  $R^2$ .

- A. 0,98      B. 0,91      C. 0,87      D. 0,82      E. 0,78

18. Hitunglah ekspektasi hidup dari seseorang yang terdiagnosa LAS (*state 2a* menurut model *Panjer*) bila diketahui informasi berikut ini:

- I.  $\mu_{2a} = 0,50$
- II. Variansi dari pengharapan hidup untuk orang yang berada dalam *state 2a* adalah 5,593.
- III. Ekspektasi pengharapan hidup untuk orang yang berada dalam *state 3* adalah 0,7.

- A. 3,15      B. 3,75      C. 4,20      D. 4,35      E. 5,20

19. Diketahui 15 pekerja tambang mengalami paparan radiasi yang berbahaya. Tiga orang mengalami kematian pada waktu  $t = 2$  dan dua orang mengalami kematian pada waktu  $t = 4$ . Diketahui pula terdapat  $x$  withdrawal pada waktu  $t = 3$ . Dengan menggunakan *product limit estimator* dari  $S(t)$ , diperoleh  $\hat{S}(5) = 0,60$ . Hitunglah  $x$ .

A. 1                      B. 2                      C. 3                      D. 4                      E. 5

20. Sebuah studi mortalita dilakukan atas pengamatan terhadap 50 peserta dimulai dari waktu 0.

Diketahui:

Waktu $t$	Jumlah Kematian $d_t$	Jumlah yang disensor $c_t$
15	3	0
17	0	3
25	2	0
30	0	$c_{30}$
32	9	0
40	2	0

$\hat{S}(35)$  adalah estimasi Product Limit dari  $S(35)$ .

$\hat{V}[\hat{S}(35)]$  adalah estimasi variansi dari  $\hat{S}(35)$  menggunakan formula Greenwood.

$$\frac{\hat{V}[\hat{S}(35)]}{[\hat{S}(35)]^2} = 0.012947$$

Hitunglah  $c_{30}$ , jumlah yang disensor pada waktu  $t = 30$ .

A. 2                      B. 4                      C. 6                      D. 8                      E. 10

21. Tentukanlah dari fungsi berikut ini, manakah *force of mortality* yang tidak valid?

- i.  $\mu(x) = \frac{1}{(1+x)^3}$ , untuk  $x \geq 0$
- ii.  $\mu(x) = x \sin x$ , untuk  $x \geq 0$
- iii.  $\mu(x) = 40$ , untuk  $x \geq 0$

A. i saja  
 B. ii saja  
 C. iii saja  
 D. i dan iii  
 E. ii dan iii

22. Misalkan  $X$  adalah variabel acak untuk umur pada saat kematian.

Jika diasumsikan  $X$  mengikuti hukum de Moivre (berdistribusi *uniform*) dengan  $\omega = 100$ .

Hitunglah  ${}_{15}m_{30}$ .

- A. 0,016                      B. 0,025                      C. 0,036                      D. 0,039                      E. 0,042

23. Berdasarkan data Indeks Prestasi Kumulatif mahasiswa dan penghasilan orangtua pada soal nomor 17, hitunglah  $F_{1,2}$

- A. 19,58                      B. 21,33                      C. 22,36                      D. 22,84                      E. 23,32

24. Diketahui:

- Studi mortalita dilakukan atas sejumlah  $n$  orang.
- Tidak ada data yang disensor dan tidak ada dua kejadian meninggal pada periode yang sama
- $t_k$  = Saat kejadian meninggal ke- $k$
- Estimasi Nelson-Aalen dari fungsi *hazard rate* kumulatif pada  $t_2$  adalah  $\hat{\Lambda}(t_2) = 49/600$

Hitunglah estimasi *product limit* Kaplan-Meier dari fungsi *survival* pada  $t_{12}$ .

- A. 0,22                      B. 0,30                      C. 0,33                      D. 0,45                      E. 0,52

25. Dari studi mortalita yang diobservasi pada tahun kalender 2015, diperoleh data sebagai berikut:

Individu	Tanggal Lahir
A	1 Juli 1984
B	1 Januari 1985
C	1 Juli 1985

Dalam periode observasi tersebut, hanya individu B yang meninggal dunia dan tidak ada individu yang melakukan *withdrawal*. Dengan menggunakan metode *exact exposure* (asumsi *force of mortality* adalah konstan) diperoleh  $\hat{q}_{30} = 0,4204$ .

Pada tanggal berapa individu B meninggal dunia? (cari tanggal yang terdekat)

- A. 1 Agustus 2015  
 B. 1 September 2015  
 C. 1 Oktober 2015  
 D. 1 November 2015  
 E. 1 Desember 2015

26. Diketahui hasil dari regresi linier sebagai berikut:

$t$	Aktual ( <i>actual</i> )	Penyesuaian ( <i>fitted</i> )
1	74,0	75,0
2	69,0	70,6
3	72,0	70,9
4	74,0	74,0
5	65,0	66,0

Hitunglah estimasi koefisien korelasi deret lag 1 (*lag 1 serial correlation coefficient*) untuk residual, menggunakan statistik Durbin-Watson!

- A. 0,1456      B. 0,1026      C. 0.082      D. -0,023      E. -0,071

27. Diketahui probabilitas seseorang yang berumur 50 untuk hidup selama  $t$  tahun adalah

$${}_t p_{50} = e^{0.5(1-1.05^t)}.$$

Hitunglah  $q_{80}$ .

- A. 0,06418      B. 0,10242      C. 0,12804      D. 0,18065      E. 0,21312

28. Berdasarkan soal nomor 27, hitunglah  $\mu_{80}$

- A. 0,0347      B. 0,0647      C. 0,0872      D. 0,1054      E. 0,2471

29. Dalam sebuah studi kesehatan untuk  $n$  orang yang hidup pada waktu  $t = 0$ , diketahui tidak ada penambahan peserta. Terdapat 1 kematian pada waktu  $t_7$ , 2 kematian pada waktu  $t_8$ , dan 2 kematian pada waktu  $t_9$ . Dengan menggunakan estimasi *product limit* dari  $S(t)$ , diperoleh  $\hat{S}(t_7) = 0,90$ ,  $\hat{S}(t_8) = 0,75$ ,  $\hat{S}(t_9) = 0,50$ . Hitunglah banyaknya orang yang melakukan terminasi antara  $t_8$  dan  $t_9$ .

- A. 2      B. 3      C. 4      D. 5      E. 6

30. Manakah diantara fungsi di bawah ini yang bukan merupakan *probability density function* (PDF):

- i.  $f(x) = \frac{1}{(1+x)^3}$ , untuk  $x \geq 0$
- ii.  $f(x) = \frac{1}{(1+x)^2}$ , untuk  $x \geq 0$
- iii.  $f(x) = (2x - 1)e^{-x}$ , untuk  $x \geq 0$

- A. i saja
- B. ii saja
- C. iii saja
- D. i dan iii
- E. ii dan iii

\*\*\*\*\*